

Принципы Работы Традиционных Методов Интерполяции Изображений

A.X. Ахмедова

*Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада аль-Хорезми,
Узбекистан*

Аннотация: В статье рассматриваются принципы работы традиционных методов интерполяции изображений — билинейной, бикубической и Lanczos — и их ключевые недостатки при изменении размеров изображений.

Key words: Inclusive education, interactive method, strategy. "Brainstorming", "Information Search".

ВВЕДЕНИЕ

Изменение размеров изображений является одной из наиболее востребованных операций в цифровой обработке данных. От качества масштабирования зависит сохранность визуальной информации, разборчивость деталей, резкость контуров и общее восприятие изображения пользователем. На протяжении десятилетий в практике использовались традиционные методы интерполяции — билинейная, бикубическая и Lanczos, — обеспечивающие относительно высокую скорость вычислений при приемлемом визуальном качестве.

Однако перечисленные методы имеют ряд значительных недостатков, наиболее заметных при сильном увеличении изображения или при уменьшении с целью последующей визуализации. Альтернативой им стали методы, основанные на вейвлет-преобразованиях, которые позволяют обрабатывать изображение в частотно-пространственной области и сохранять его структурные особенности более эффективно.

II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Билинейная (bilinear) и бикубическая (bicubic interpolation) интерполяции используют схожие алгоритмы интерполяционных фильтров, которые имеют хорошее быстродействие и неплохое качество формируемых изображений . Отличия в данных методах интерполяции заключаются в том, что в билинейном методе значение предсказанного пикселя определяется по значениям 4-х соседних пикселей в блоке размером 3x3 пикселя, а в бикубической интерполяции по значениям 16-ти пикселей в блоке размером 7x7 пикселей.

В общем случае идея билинейной интерполяции заключается в том, чтобы провести обычную линейную интерполяцию в одном направлении, затем в другом. То есть, он рассматривает квадрат 2x2 известных пикселя, окружающих известных. В качестве интерполированного значения используется средний вид этих четырех пикселей в результате чего полученное изображение выглядит более гладко, без лестничного эффекта. Таким образом, сначала в соответствии с координатами искомого пикселя линейно интерполируется значение вспомогательных точек вдоль оси X, а затем проводится линейная интерполяция между этими точками по оси Y.

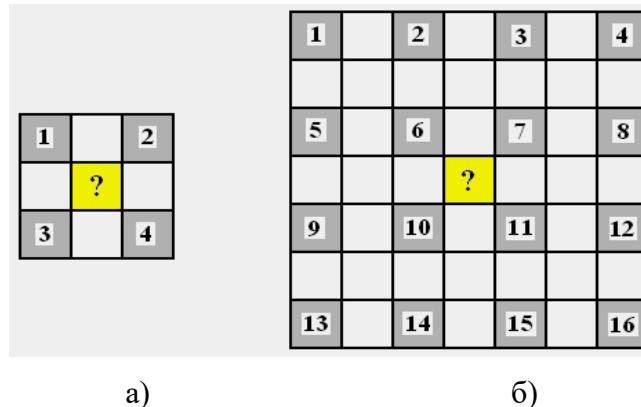


Рис.1.1 Нахождение значений неизвестных пикселей при билинейной (а) и бикубической (б) интерполяции.

Алгоритм решения данной интерполяции выглядит следующим образом (рис.1.2).

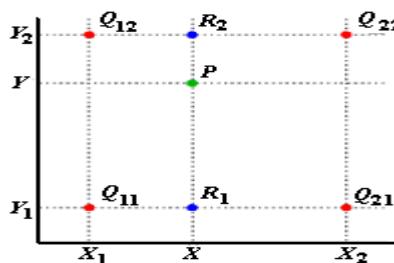


Рис.1.2. Принцип определения значений пикселя (Р) в алгоритме билинейной интерполяции.

Если необходимо интерполировать значение функции f в точке $P=(x,y)$, то для этого необходимо знать значения функций в окружающих P точках:

$$Q_{11}=(x_1, y_1); Q_{12}=(x_1, y_2); Q_{21}=(x_2, y_1); Q_{22}=(x_2, y_2)$$

При этом на первом этапе линейно интерполируется значение вспомогательных точек R_1 и R_2 вдоль X , где [10; с.97-104]:

$$R_1 = (x, y_1), R_2 = (x, y_2)$$

$$f(R_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21})$$

$$f(R_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22})$$

Затем проводится линейная интерполяция между вспомогательными точками R_1 и R_2 :

$$f(P) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(R_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(R_2)$$

Таким образом, интерполируемое значение функции $f(x,y)$ определяется выражением [1; с.97-104]:

$$f(x, y) \approx \frac{f(Q_{11})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)}(x_2 - x)(y_2 - y) + \frac{f(Q_{21})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)}(x - x_1)(y_2 - y) \\ + \frac{f(Q_{12})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)}(x_2 - x)(y - y_1) + \frac{f(Q_{22})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)}(x - x_1)(y - y_1) \quad (1.1)$$

Если известные точки являются вершинами единичного квадрата с координатами $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$, и $(1, 1)$, то формула билинейной интерполяции упрощается до следующего вида:

$$f(x, y) \approx f(0,0)(1-x)(1-y) + f(1,0)x(1-y) + f(0,1)(1-x)y + f(1,1)xy \quad (1.2)$$

В альтернативном виде выражение билинейной интерполяции имеет следующий вид [1; с.97-104]:

$$z = b_1 + b_2x + b_3y + b_4xy \quad (1.3)$$

где:

$$b_1 = f(0,0)$$

$$b_2 = f(1,0) - f(0,0)$$

$$b_3 = f(0,1) - f(0,0)$$

$$b_4 = f(0,0) - f(1,0) - f(0,1) + f(1,1)$$

Следует отметить, что результат билинейной интерполяции не зависит от порядка выполнения шагов. Так, можно сначала интерполировать между известными точками по вертикали, а затем, получив два вспомогательных значения, интерполировать между ними по горизонтали. Пример визуального качества уменьшенного в 2 раза изображения с помощью билинейной интерполяции, показан на рис.1.3 [1; с.97-104].

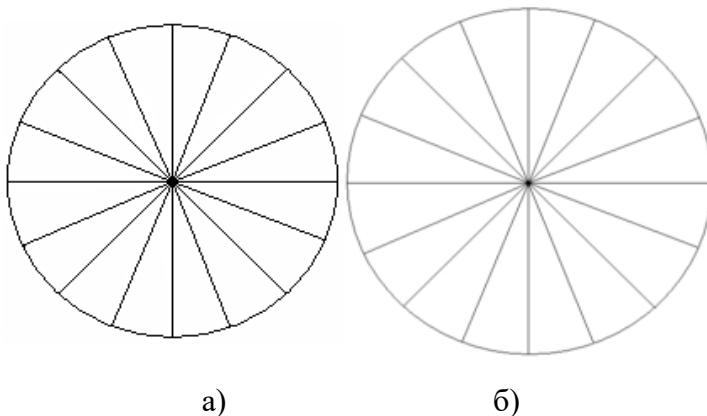


Рис.1.3. Вид тождественного исходного изображения (а) и уменьшенного в 2 раза билинейной интерполяцией (б).

Бикубическая интерполяция выполняется по аналогичному алгоритму, но по 16 окружающих пикселей, что требует гораздо больше времени на ее выполнение. А сравнительное качество тождественного и уменьшенного в 2 раза изображения с помощью бикубической интерполяции, показано на рис.1.4. [1; с.97-104], [2; с.411-414], [5; с.1072].

В случае бикубической интерполяции значение функции в искомой точке вычисляется через её значения в 16 соседних точках, расположенных в вершинах квадратов плоскости x, y .

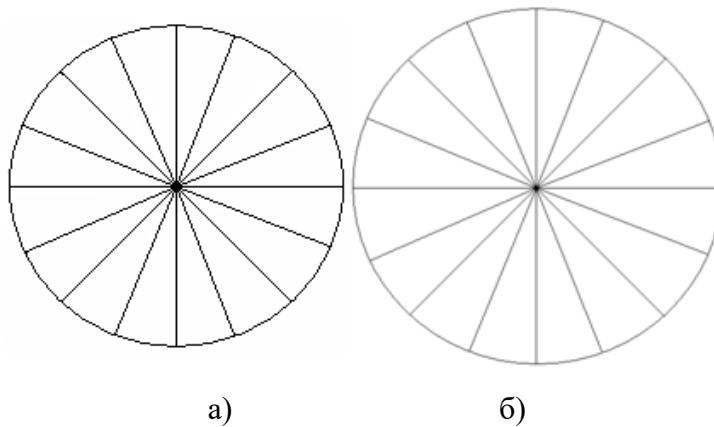


Рис.1.4. Визуальное качество уменьшенных в 2 раза тестовых изображений при билинейной (а) и бикубической (б) интерполяции.

При использовании приведённых ниже формул для программной реализации бикубической интерполяции следует помнить, что значения x и y являются относительными, а не абсолютными. Например, для точки с координатами (100.3, 100.8) $x=0.3$, $y=0.8$. Для получения относительных значений координат необходимо округлить вещественные координаты вниз и вычесть полученные числа из вещественных координат [3; с.170-181].

$$f(y, x) = b_1 f(0,0) + b_2 f(0,1) + b_3 f(1,0) + b_4 f(1,1) + b_5 f(0, -1) + b_6 f(-1,0) + b_7 f(1, -1) + b_8 f(-1,1) + b_9 f(0,2) + b_{10} f(2,0) + b_{11} f(-1,-1) + b_{12} f(1,2) + b_{13} f(2,1) + b_{14} f(-1,2) + b_{15} f(2,-1) + b_{16} f(2,2), \quad (1.4)$$

где:

$$b_1 = 1/4(x - 1)(x - 2)(x + 1)(y - 1)(y - 2)(y + 1)$$

$$b_2 = (x - 1)(x + 1)(y - 1)(y - 2)(y + 1),$$

$$b_3 = x(x + 1)(x - 2)(y - 1)(y - 2)(y + 1),$$

$$b_4 = y(x - 1)(x - 2)(x + 1)(y + 1)(y - 2),$$

$$b_5 = xy(x + 1)(x - 2)(y + 1)(y - 2),$$

$$b_6 = x(x - 1)(x - 2)(y - 1)(y - 2)(y + 1),$$

$$b_7 = y$$

$$b_7 = 1/12 xy(x - 1)(x - 2)(y + 1)(y - 2)$$

$$b_8 = 1/12 xy(x + 1)(x - 2)(y + 1)(y - 2)$$

$$b_9 = 1/12 x(x - 1)(x + 1)(y - 1)(y - 2)(y + 1)$$

$$b_{10} = 1/12 y(x - 1)(x - 2)(x + 1)(y - 1)(y - 2)(y + 1)$$

$$b_{11} = (x - 1)(x + 1)(y - 1)(y - 2)(y + 1),$$

Как показывают сравнительные результаты исследований, представленные на рисунках 1.3 и 1.4, билинейная и бикубическая интерполяции на мелкоструктурном высококонтрастном тестовом изображении обеспечивают примерно одинаковое визуальное качество изображений с сохранением структурного подобия. При этом, считается, что на реальных изображениях бикубическая интерполяция значительно лучше воспроизводит контрастные изображения, чем билинейная, и является наиболее оптимальной по соотношению времени обработки и визуального качества [1; с.97-104]. По этой причине алгоритм бикубической интерполяции

является стандартным для многих программ редактирования изображений, включая продукт Adobe Photoshop, а также драйверы принтеров и цифровые фото и видео камеры [1; с.97-104], [4; с.525-541].

Метод Ланцоша, это один из наиболее интересных интерполяционных методов масштабирования изображений, позволяющих изменять размеры цифровых изображений с наилучшим качеством.

Данный метод использует нормированную функцию кардинального синуса $sinc(x)$. В линейном случае формула преобразования по методу Ланцоша имеет вид [1; с.97-104]:

$$\omega(x) = \psi_{l1}(x) \times Sinc(x) \quad (1.5.)$$

Функция $\Psi_{ln}(x)$ имеет вид:

$$\psi_{l1}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi \frac{x}{n})}{\pi \frac{x}{n}} & \text{для } (0 < |x| < n), \\ 1 & \text{для } |x| = 0, \\ 0 & \text{для } |x| \geq n \end{cases} \quad (1.6)$$

где n обозначает границу фильтра.

На практике наиболее широкое распространение получили фильтры Ланцоша второго и третьего порядка, функции, которых отображены в формулах (1.2) и (1.3) соответственно и имеют следующий вид [1; с.97-104]:

$$\psi_{l2}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi \frac{x}{2})}{\pi \frac{x}{2}} & \text{для } (0 < |x| < 2), \\ 1 & \text{для } |x| = 0, \\ 0 & \text{для } |x| \geq 2 \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\psi_{l3}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi \frac{x}{3})}{\pi \frac{x}{3}} & \text{для } (0 < |x| < 3), \\ 1 & \text{для } |x| = 0, \\ 0 & \text{для } |x| \geq 3 \end{cases} \quad (1.8)$$

Поскольку изображение представляет собой двумерный массив пикселей, то для двумерного случая масштабирование методом Ланцоша может быть разделено на две стадии: сначала производится масштабирование каждой строки по горизонтали, а затем производится масштабирование каждого столбца пикселей с измененным горизонтальным масштабом по вертикали. Соответственно двумерный фильтр Ланцоша в общем виде описывается следующим выражением:

$$W_{Ln}(x, y) = \omega_{Ln}(x) \times \omega_{Ln}(y)$$

А значение пикселя с координатами (x_0, y_0) интерполированного изображения определяется по формуле [1; с.97-104]:

$$\begin{aligned}
 I(x_0, y_0) &= \sum_{v=|y_0|-n+1}^{|y_0|+n} \left[\sum_{u=|x_0|-n+1}^{|x_0|+n} [I(u, v) \times W_{Ln}(x_0 - u, y_0 - v)] \right] = \\
 &= \sum_{j=0}^{2n-1} [\omega_{Ln} \times (y_0 - v_j) \times \sum_{i=0}^{2n-1} [I(u_i, v_j) \times \omega_{Ln} \times (x_0 - u_i)]], \quad (1.9)
 \end{aligned}$$

где $u_i = |x_0| + i - n + 1$ и $v_i = |y_0| + j - n + 1$.

В фильтрах Ланцоша интерполяция производится по квадратному участку изображения размером $2n * 2n$ пикселей. Пример, сравнительного визуального качества уменьшенных в 2 раза изображений, сделанных бикубической интерполяцией и Ланцоша третьего порядка показан на рис.1.9 [1; с.97-104].

Для более качественного ресайза изображений применяются более сложные интерполяторы на основе фильтров Ланцоша второго и третьего порядка, Гаусса, В-сплайнов в вариантах Митчелла (Mitchell) и Катмул - Ром (Catmull-Rom). и.др, которые широко используются в таких программных продуктах как ACDSee, AdobePhotoshop и других [1; с.97-104].

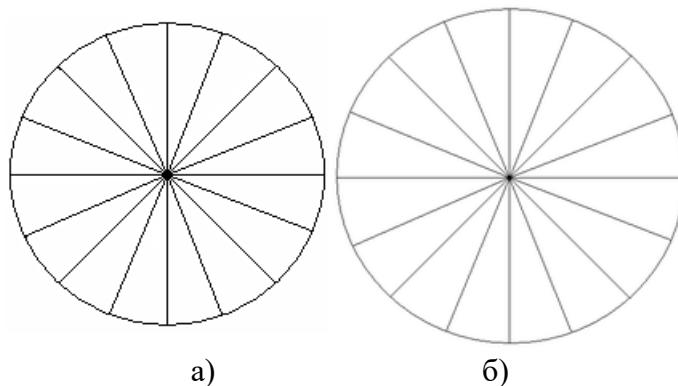


Рис.1.5. Вид тождественного исходного изображения (а) и уменьшенного в 2 раза уменьшенных в 2 раза изображений, сделанных методом Ланцоша-3. (б).

Для фильтров Ланцоша порядка 2 и 3, наиболее часто используемых в фото и видео редакторах (рис.1.5.) [1; с.97-104]:

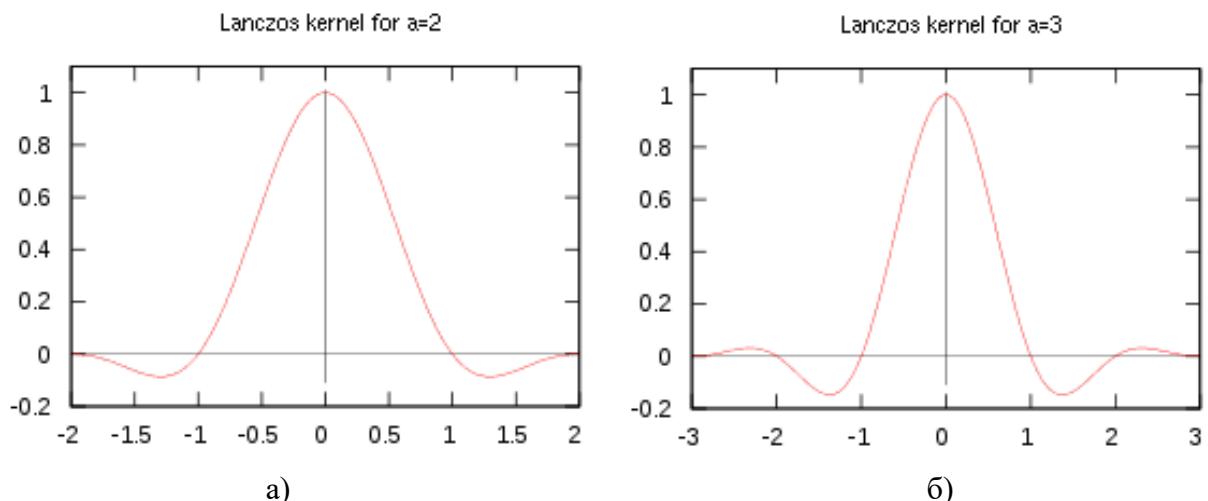


Рис.1.6. Импульсные характеристики фильтра Ланцоша второго (а) и третьего порядков (б)

Выходы

1. В настоящее время масштабирование изображений активно применяется как в прикладном, так и вещательном телевидении. Так, в прикладном телевидении изменение размеров изображений активно применяется для решения задач распознавания номеров транспортных средств, идентификации лиц, а также для более детального наблюдения удаленных объектов. А в вещательном и прикладном телевидении уменьшение или увеличение размеров изображений применяется для повышения эффективности межкадрового кодирования видеоданных на основе компенсации движения видеообъектов.
2. Проведенный анализ методов масштабирования изображений показал, что на практике широкое распространение получили методы неадаптивной интерполяции на основе билинейной, бикубической интерполяции и интерполирующих фильтров Ланцоша (Lanczos), которые применяются во многих программах редактирования изображений, включая продукт Adobe Photoshop, драйверах принтеров и цифровых фото и видео камер и т.д.
3. В результате анализа научно-технической литературы было установлено, что из рассмотренных методов наилучшее качество трансформируемых изображений обеспечивают интерполяционные фильтры Ланцоша 2-го и 3-го порядка, которые широко используются в таких программных продуктах как ACDSee, AdobePhotoshop и многих других.

Литература

1. Akhmedova A.Kh., Gavrilov I.A., Puziy A.N. Analysis and research of digital image resizing methods. Статья в журнале МУҲАММАД АЛ-ХОРАЗМИЙ АВЛОДЛАРИ №3 (21) 2022. с.97-104.
2. Z. A. Ismailova, "Investigation of the accuracy of image restoration based on bilinear and bicubic interpolation", *The Republican scientific and technical conference "Problems of Information and Telecommunication Technologies*, vol. III, pp. 411-414, March of 12-13, 2015.
3. Нгуен В.Ч., Тропченко А.А. Анализ методов интерполяции в задачах реконструкции изображений. // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. № 03.2017 г. С. 170–181.
4. Маркелов К. С. Модель повышения информативности цифровых изображений на базе метода суперразрешения. // Электронный научно технических журнал Инженерный вестник. № 03 март 2013 г. С. 525-541.
5. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.